



## Compléments et Solutions

- **Diaporamas disponibles**

Sous forme de fichiers .pdf à mettre en plein écran (Ctrl L) :

- des exemples de solutions pour la première fiche (**Révéler**) ;
- une justification de la non possibilité de chemin rouge (**Ratiociner**).

- **Fiches**

Pour la raison du gain d'une page sur la brochure, la présentation de WAYS s'en est trouvée compactée. Il nous a paru intéressant de vous proposer la version originale (pages 2 et 3) ; de même que la fiche de rappel des connexions dont elle fait mention (**Connecter**).

La fiche **Ratiociner** est ici reprise, avec sa grille proposée sur un damier.

**Stimuler** propose une suite à la fiche Bonifier.

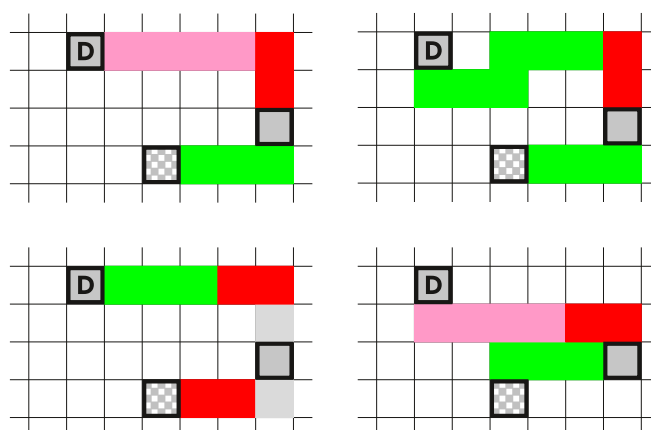
- **Solutions**

Ouvrons des voies, traçons des routes, **reliions des points** et pour matérialiser les chemins, employons les réglettes ! Dans un réseau carré, limitant ainsi les parcours possibles tout en facilitant leur perception, il nous faut joindre un point de **départ** à un point d'**arrivée** en passant éventuellement par des points **étapes** imposés. A priori, enfantin !

Traitions tout de même quelques situations pour nous assurer de la compréhension du principe (fiche **RÉVÉLER**). On lèvera à cette occasion d'éventuelles ambiguïtés ou mauvaises interprétations notamment quant aux contacts autorisés afin d'obtenir la continuité d'un parcours. Ensuite, différentes contraintes vont venir graduellement s'ajouter.

Toujours enfantin ? Plus si certain !

*Pour cette situation, un point de départ (D), un point d'arrivée et un point de passage imposé, le carré grisé. Les possibilités sont multiples : différentes longueurs, différents choix de réglettes ou, à longueurs égales, simplement différents choix de parcours.*



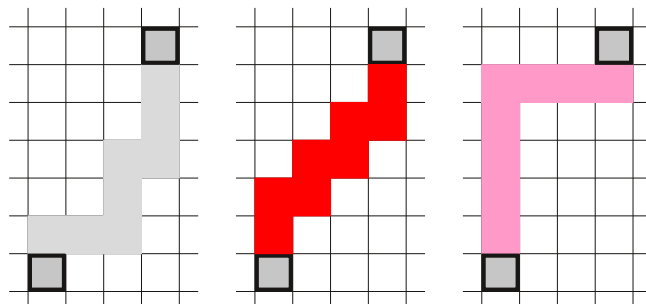
Afin d'alléger la présentation des consignes de chacune des activités, nous avons fait le choix de ne pas rappeler à chaque fois l'entièreté des règles et des cas de figure possibles des contacts valides entre réglettes. Toutefois, les mauvaises interprétations initiales puis, très régulièrement, les oublis peuvent être nombreux. Nous conseillons donc vivement de ne rien précipiter, de prendre le temps nécessaire pour lever le moindre doute et de s'assurer de la bonne interprétation de tous. Par la suite, une fois la fiche **RÉVÉLER** traitée, on peut la conserver sous les yeux pour disposer des règles ou sinon bénéficier de la feuille de rappel proposée (fiche **CONNECTER**).

Désormais le principe est connu et la constitution d'un chemin continu est maîtrisé. Nous allons en conséquence pouvoir introduire **différentes contraintes**. La manipulation des réglettes se fait plus active, l'engagement cognitif est nécessaire et la mise en place de raisonnements s'impose. En variant les contraintes, en les croisant, des stratégies vont apparaître, évoluer, s'affiner, s'approfondir et des compétences de logique, entre autres, vont se développer.

Première contrainte, la plus naturelle, imposer la **longueur totale du parcours** à réaliser. L'unité de longueur choisie sera évidemment la longueur de l'arête de la seule réglette cubique, la plus petite de toutes, et, à partir d'une même situation, d'un même placement des points "étape", il faudra réussir à créer des cheminements plus ou moins longs (fiche **FERTILISER**).

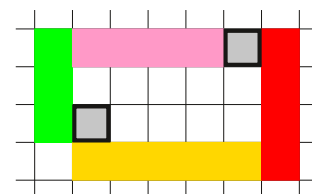
La recherche de la voie la plus courte reliant tous ces points devrait conduire à des constats étonnants et amènera à tutoyer les jolies mathématiques du mathématicien allemand Hermann Minkowski (fiche **MINORER**).

*Tant que nous nous déplaçons toujours vers la droite ou vers le haut, la distance entre deux points "étape" reste la même. Chemin de réglettes grises, rouges, ou roses : même longueur ! Mesurer ainsi les distances a été définie par le mathématicien allemand Minkowski et est aujourd'hui appelée distance de Manhattan en référence au quartier de New-York où les rues sont agencées suivant un réseau quadrillé.*



À la longueur totale de parcours imposée, ajoutons le type de **réglettes à employer** et l'**ordre** dans lequel on **va devoir les placer** (fiches **ASSIMILER** et **CONFORMER**). Naturellement puisque les réglettes utilisées sont indiquées, la longueur totale du chemin à suivre s'en trouve connue. Toutefois, demander d'anticiper cette longueur avant de passer à la phase de réalisation fait partie des questionnements préalables intéressants et menant, avant la manipulation, à engager un travail de raisonnement. Une stratégie de résolution peut aussi en parallèle émerger. Puisque la distance minimale entre deux étapes ne dépend pas du trajet suivi, elle est facile à déterminer et à mettre en regard des longueurs des réglettes à utiliser. On sait alors si des retours en arrière s'imposent voire comment certaines réglettes sont à connecter entre elles. L'ensemble de ce travail sera donc l'occasion de développer des **compétences de calcul** au travers des incessantes décompositions additives mobilisées lors des recherches du placement des réglettes à distance entre points "étape" données mais aussi de **vision spatiale** pour réfléchir quant aux connections possibles entre réglettes dans l'espace imparti (fiche **RATIOCINER**).

*La distance entre les deux points "étape" est de 5. Si l'emploi de réglettes d'une longueur totale excédant cette distance est imposé, un "retour en arrière" va être nécessaire. Celui ci peut alors s'envisager de différentes manières : départ en retrait, arrivée à l'arrière...*



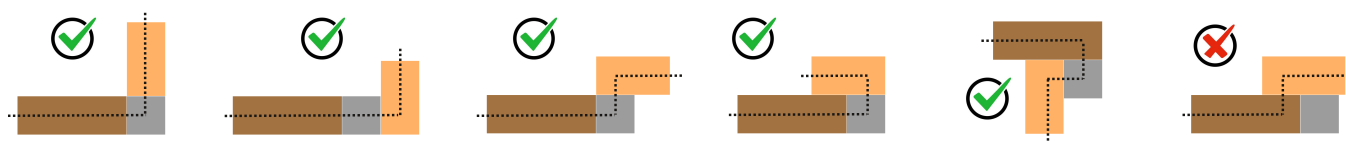
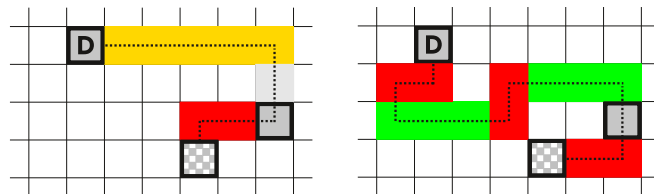
Pour varier et enrichir les raisonnements et les stratégies à découvrir, d'autres contraintes vont être introduites : la **couleur autorisée** pour les réglettes en **contact** avec les points de départ, d'arrivée ou les points "étapes" (fiche **ACCORER**) ; la **longueur totale** des **réglettes en contact** avec ces mêmes points de passage (fiches **BONIFIER** et **STIMULER**) ; une composition de plusieurs des contraintes intégrées précédemment (fiche **AGRÉGER**).

Un grand nombre d'activités est proposé. Beaucoup même ! Trop ? Non car l'objectif n'est pas de toutes les traiter ni d'envisager une approche chronologique et linéaire. Selon vos envies, vos objectifs, votre public, vous choisissez une ou plusieurs contraintes et proposez les situations affiliées. Tests, manipulations, expérimentations, échanges, émergences de stratégies, verbalisations de celles-ci... Dans tous les cas, de nombreux calculs, une multiplicité de raisonnements et de jolies mathématiques sous-jacentes qu'il serait même judicieux de rendre explicites et visibles. Lors de la trace écrite de fin d'activité ?

En employant des réglettes pour créer des chemins qui suivront le réseau quadrillé, il faut relier des cases indiquées. Pour cela il est possible de connecter plusieurs réglettes les unes après les autres.

Les connexions se font par les extrémités :  
l'un des côtés du carré d'un bout ou de  
l'autre pour les réglettes,  
l'un de ses côtés pour les cases.

Les réglettes ne peuvent se superposer.



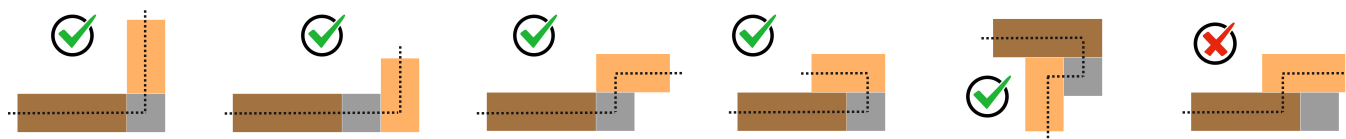
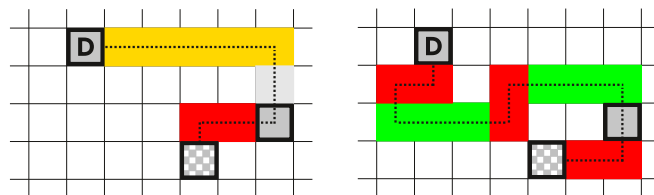
*les différents types de connexion*



En employant des réglettes pour créer des chemins qui suivront le réseau quadrillé, il faut relier des cases indiquées. Pour cela il est possible de connecter plusieurs réglettes les unes après les autres.

Les connexions se font par les extrémités :  
l'un des côtés du carré d'un bout ou de  
l'autre pour les réglettes,  
l'un de ses côtés pour les cases.

Les réglettes ne peuvent se superposer.



*les différents types de connexion*

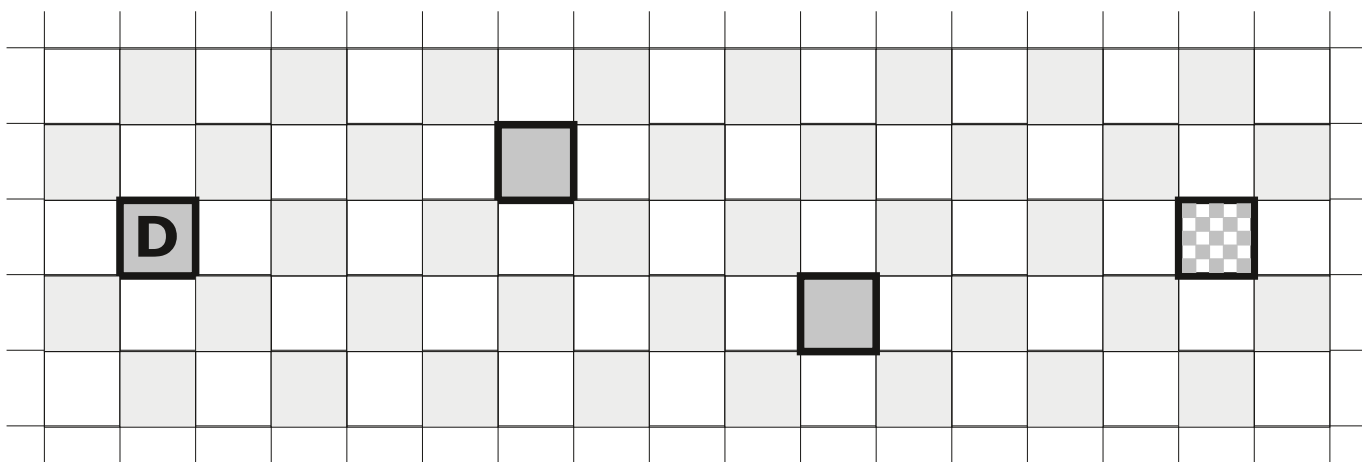




En employant des réglettes pour créer des chemins qui suivront le réseau quadrillé, il faut relier les différentes cases indiquées. Quelques principes sont à respecter :

- Les réglettes ne peuvent se superposer.
- Une réglette atteint une case quand une de ses extrémités est en contact avec cette case.
- Pour relier deux cases il est possible d'utiliser plusieurs réglettes consécutives.
- Deux réglettes sont consécutives quand elles ont une de leurs extrémités en contact.

Avec des réglettes et en respectant les principes imposés, relier les cases de départ et d'arrivée en passant par les cases intermédiaires gris foncé.



En prenant comme unité la longueur de l'arête du cube, la plus petite réglette, peut-on créer un chemin de longueur totale 15 ? Pourquoi ?

.....

Je voudrais n'utiliser que des réglettes rouges. Est-ce possible ? Pourquoi ?

.....  
.....  
.....

Dans ce cas, combien de réglettes rouges puis-je utiliser au maximum ?

Réaliser alors un chemin envisageable.

.....  
.....

Peut-on maintenant créer un chemin de longueur totale 29 ? Pourquoi ?

.....

Je voudrais n'utiliser que de petites réglettes vertes. Est-ce possible ? Pourquoi ?

.....  
.....  
.....

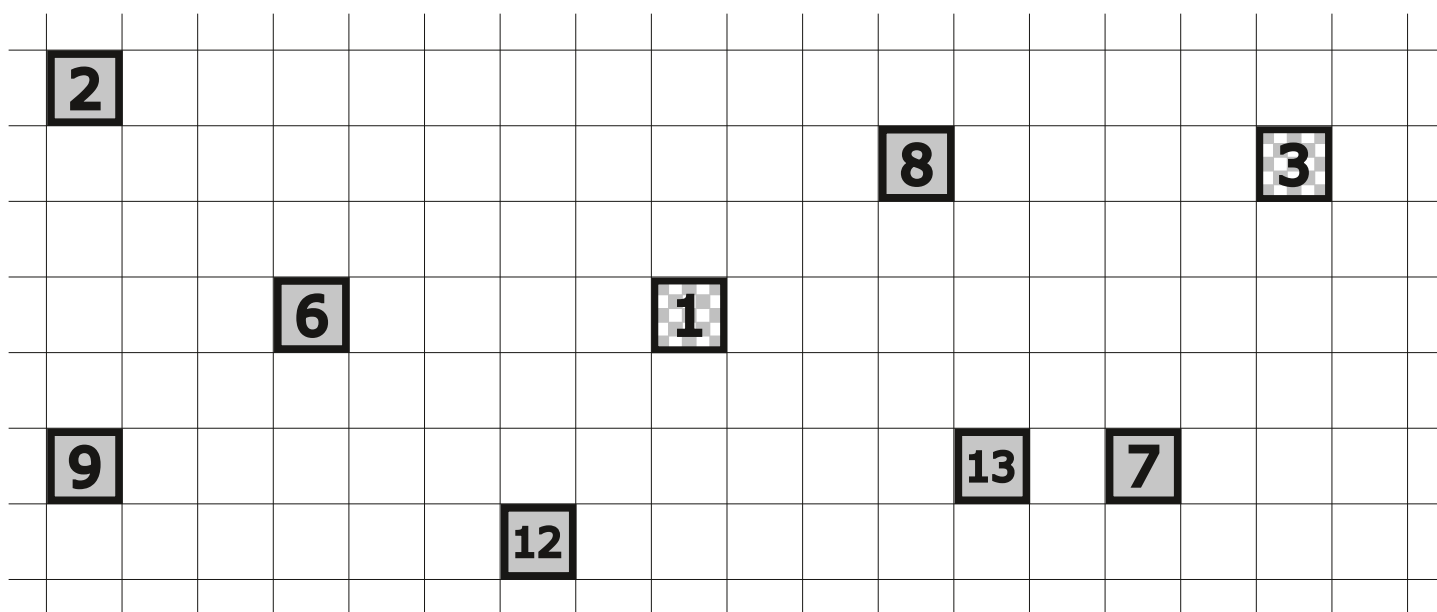
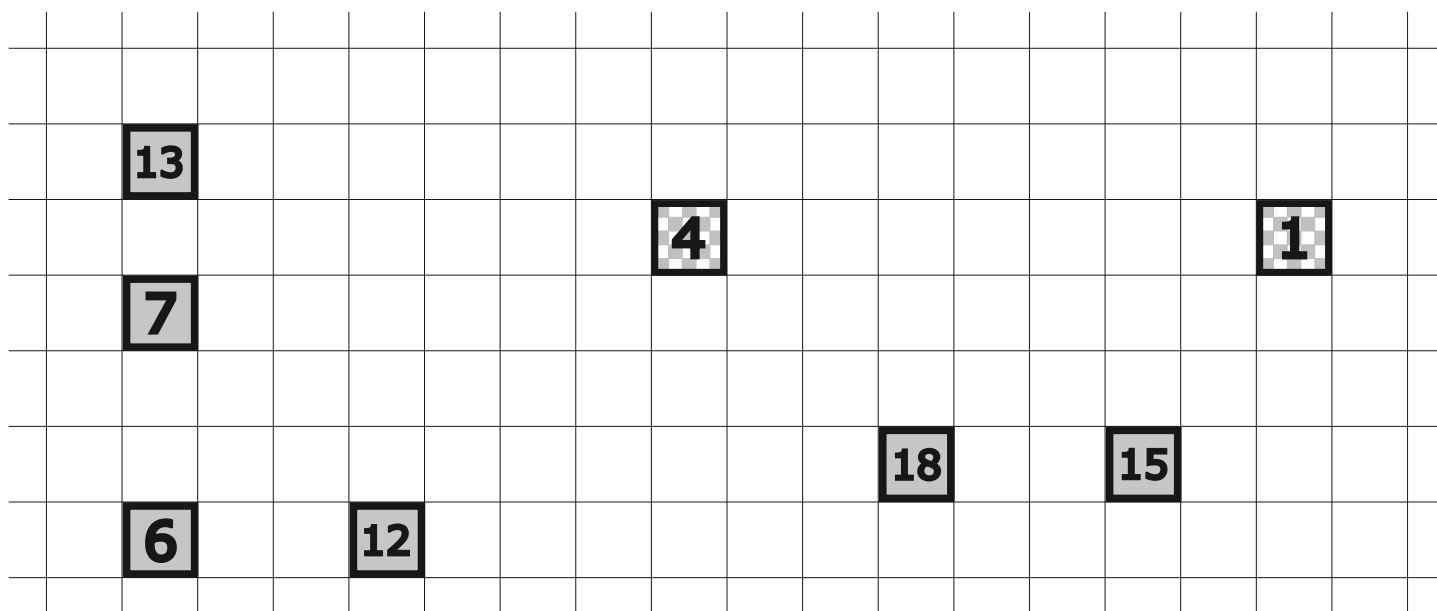
Dans ce cas, combien de réglettes vertes puis-je utiliser au maximum ?

Réaliser alors un chemin envisageable.

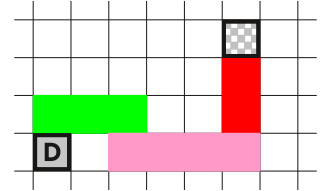
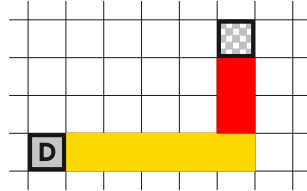
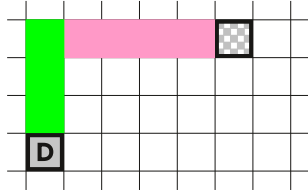
.....  
.....

- Les réglettes ne peuvent se superposer.
- Les connexions se font par les extrémités : un des côtés du carré d'une extrémité pour les réglettes, un de ses côtés pour les cases.
- Pour relier deux cases il est possible d'utiliser plusieurs réglettes consécutives.

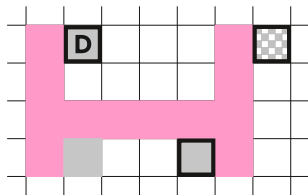
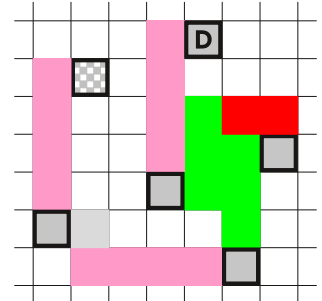
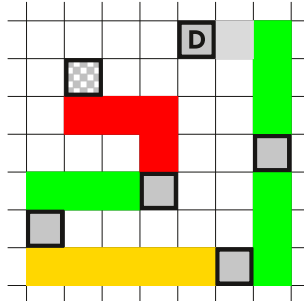
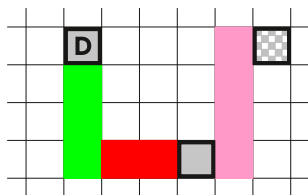
Le nombre indiqué à l'intérieur des cases "étapes" correspond à la **longueur totale** de toutes les **réglettes en contact** avec cette case.



Dans ces situations, les solutions sont loin d'être uniques.  
Sans contraintes, nous avons un très **grand nombre de façons** de connecter "départ" et "arrivée" même lorsqu'il y a des étapes intermédiaires imposées.

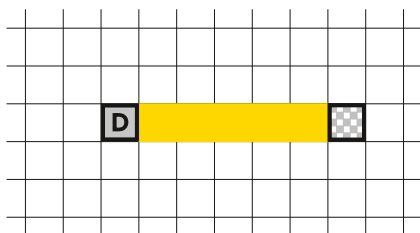


Ainsi par exemple nous avons :

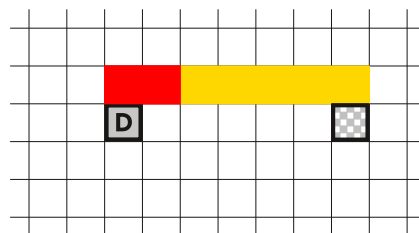


Les **solutions** ne sont pas uniques et seuls **quelques exemples** sont suggérés ici.  
En effet, outre les différents chemins que l'on peut suivre pour se rendre d'une case à une autre, chaque réglette à partir de celles de longueur 5 peut être remplacée par une combinaison de plus petites.

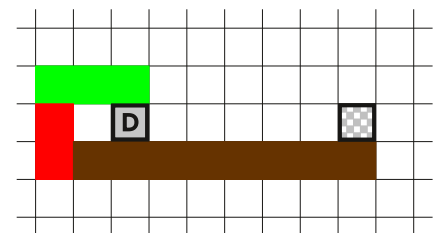
**A. Longueur totale : 5**



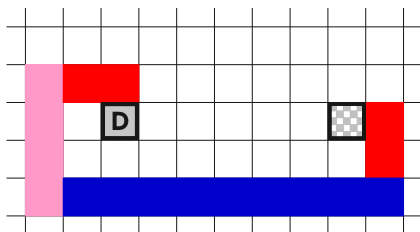
**B. Longueur totale : 7**



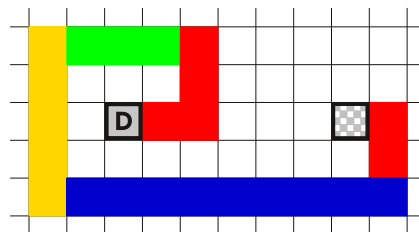
**C. Longueur totale : 13**



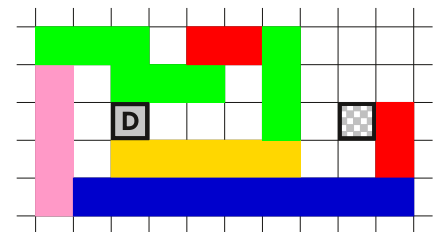
**D. Longueur totale : 17**



**E. Longueur totale : 23**

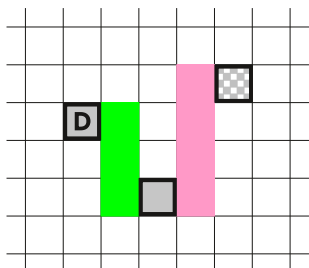


**F. Longueur totale : 31**

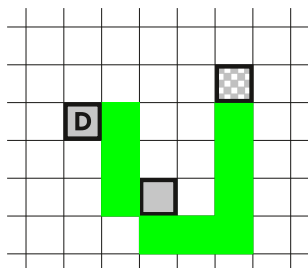


Les **solutions** ne sont pas uniques et seuls **quelques exemples** sont suggérés ici.  
En effet, outre les différents chemins que l'on peut suivre pour se rendre d'une case à une autre, chaque réglette à partir de celles de longueur 5 peut être remplacée par une combinaison de plus petites.

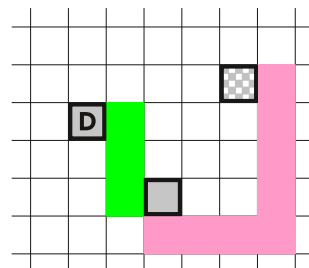
**A.** Longueur totale : 7



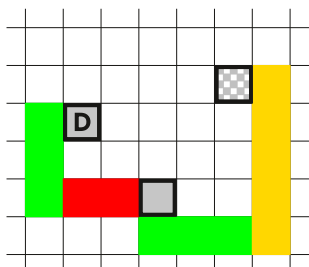
**B.** Longueur totale : 9



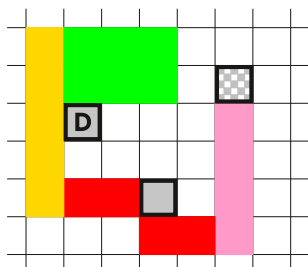
**C.** Longueur totale : 11



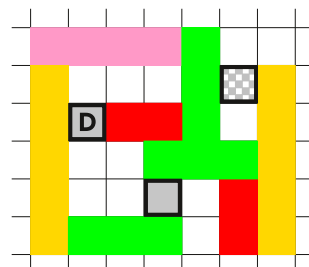
**D.** Longueur totale : 13



**E.** Longueur totale : 19

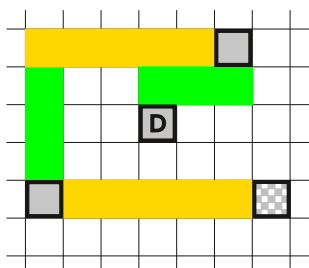


**F.** Longueur totale : 27

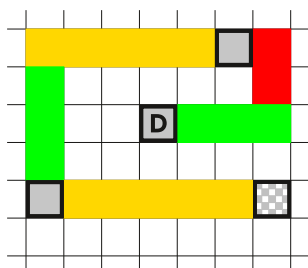


Les **solutions** ne sont pas uniques et seuls **quelques exemples** sont suggérés ici.  
En effet, outre les différents chemins que l'on peut suivre pour se rendre d'une case à une autre, chaque réglette à partir de celles de longueur 5 peut être remplacée par une combinaison de plus petites.

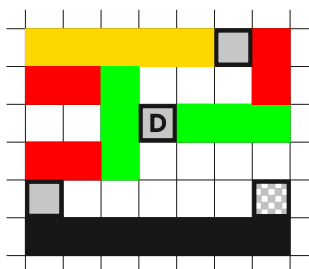
**A.** Longueur totale : 16



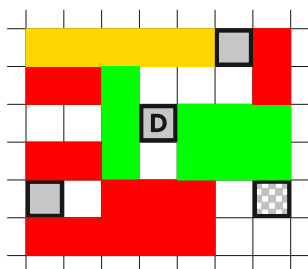
**B.** Longueur totale : 18



**C.** Longueur totale : 24



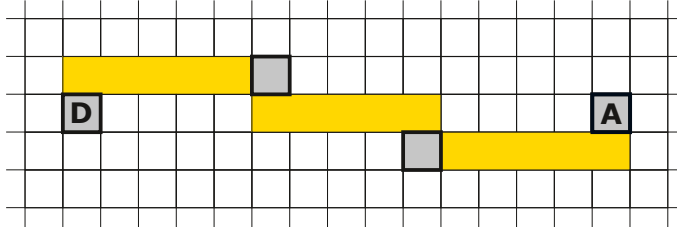
**D.** Longueur totale : 28





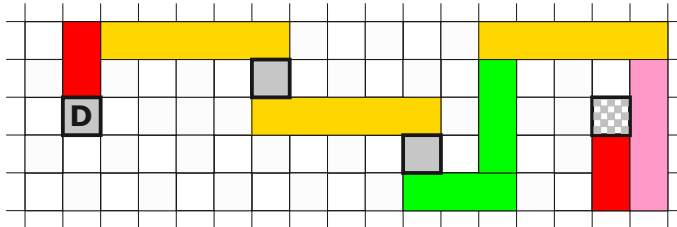
Les **solutions** ne sont pas uniques et seuls **quelques exemples** sont suggérés ici.

Longueur totale : **15**

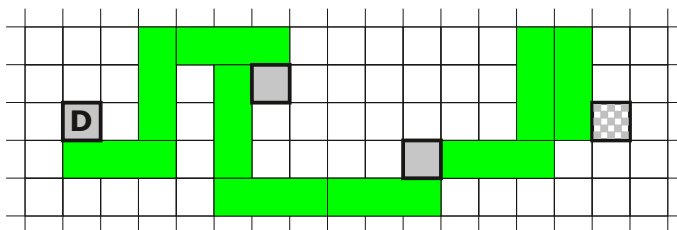


Il n'y a pas de chemin n'utilisant que des réglettes rouges (voir le diaporama).

Longueur totale : **29**

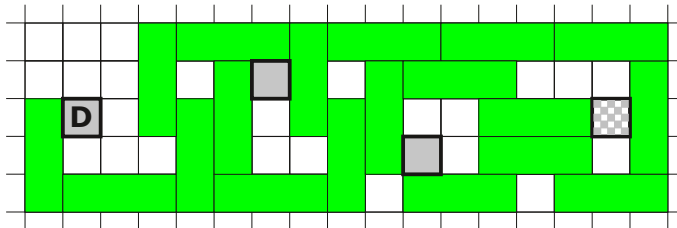


Il faut un nombre impair de réglettes vertes entre chaque case.



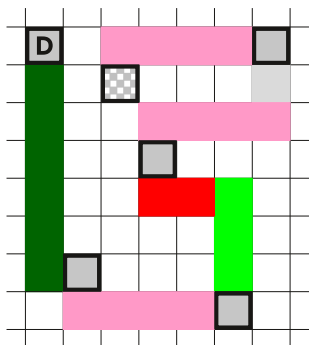
"Le" maximum... de celui qui a produit cette solution.

Longueur totale : **57**

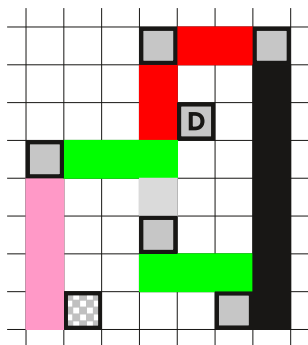


La **longueur minimale** du parcours reliant le départ à l'arrivée en passant par toutes les cases intermédiaires imposées est nécessairement **unique**. Par contre les différents chemins que l'on peut suivre ou les réglettes employées ne le sont pas. En conséquence, voici **quelques exemples de solutions**.

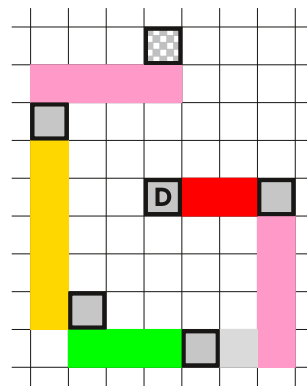
Longueur minimale : 24



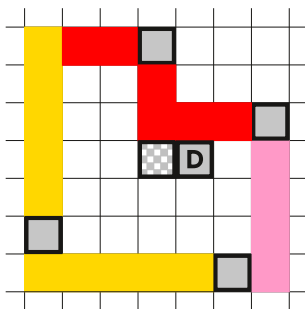
Longueur minimale : 22



Longueur minimale : 19

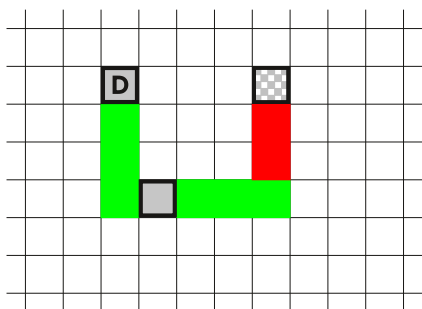


Longueur minimale : 20

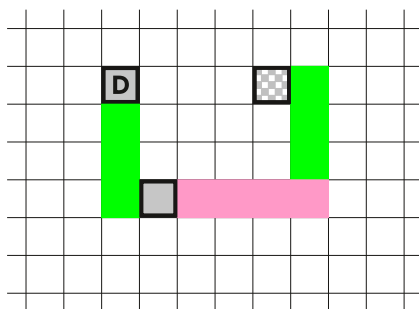


Les **solutions** ne sont pas uniques et seuls **quelques exemples** sont suggérés ici.

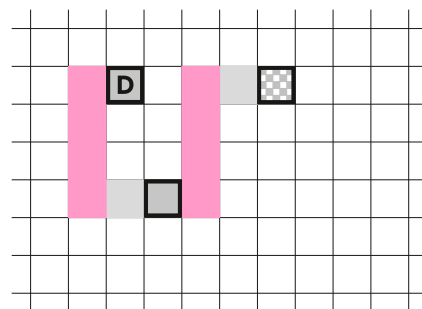
A.



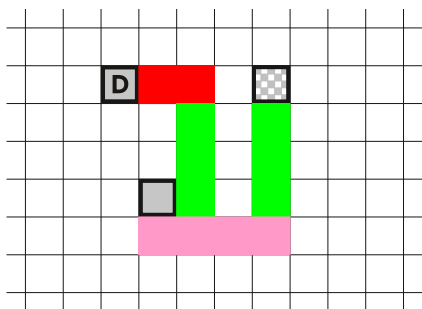
B.



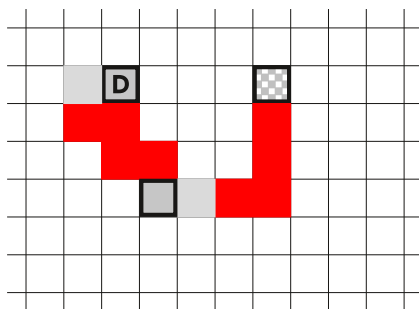
C.



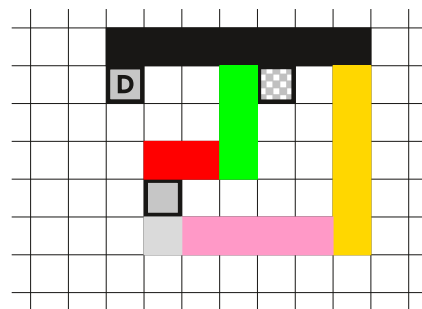
D.



E.



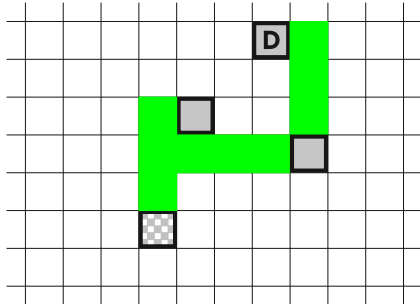
F.



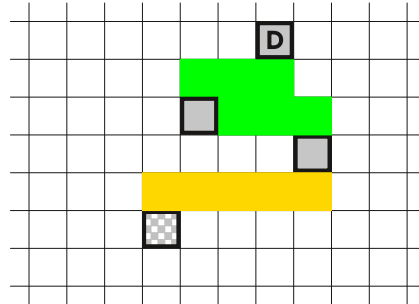
Les **solutions** ne sont pas uniques et seuls **quelques exemples** sont suggérés ici.

### Assimiler

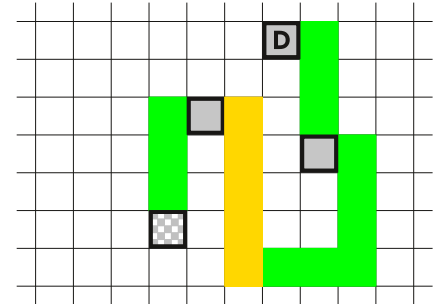
A.



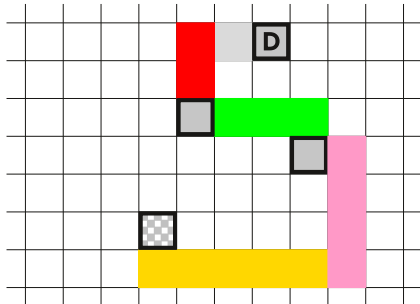
B.



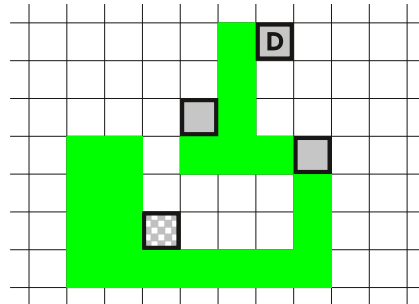
C.



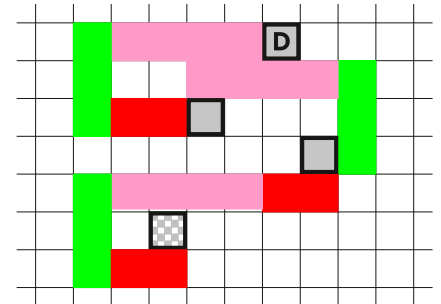
D.



E.



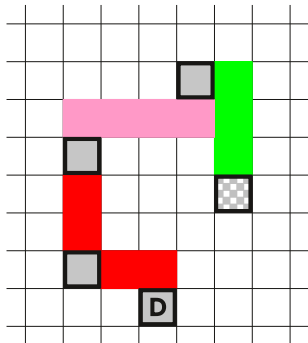
F.



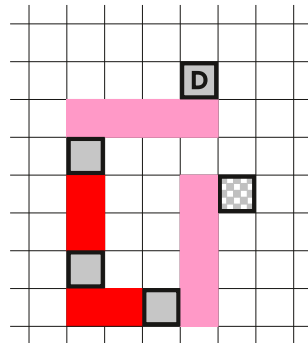
Les **solutions** ne sont pas uniques et seuls **quelques exemples** sont suggérés ici.

### Conformer

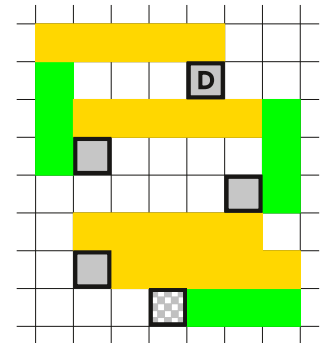
A.



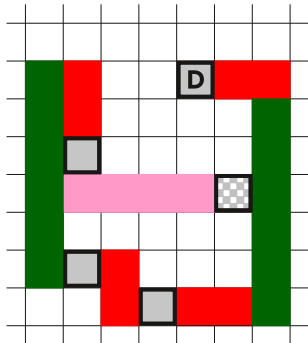
B.



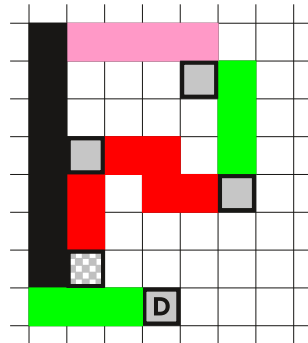
C.



D.



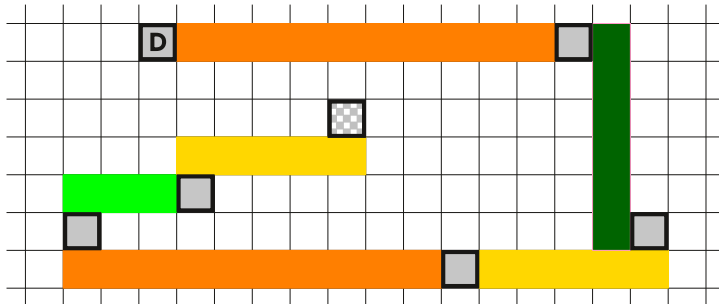
E.



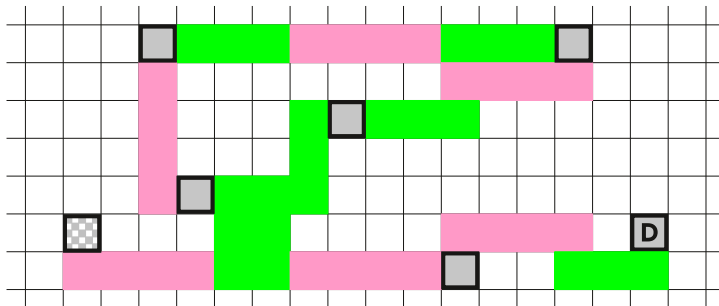
Les **solutions** ne sont pas uniques et seuls **quelques exemples** sont suggérés ici.

### Conformer

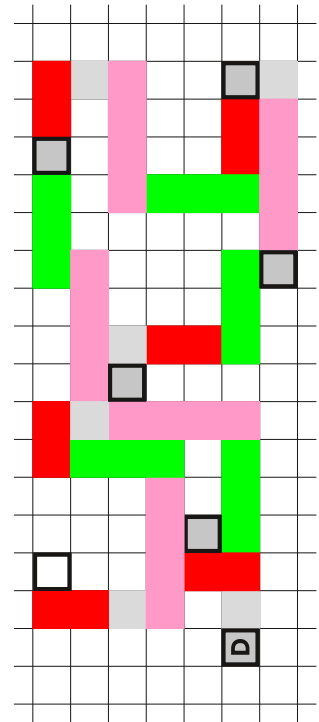
A.



B.

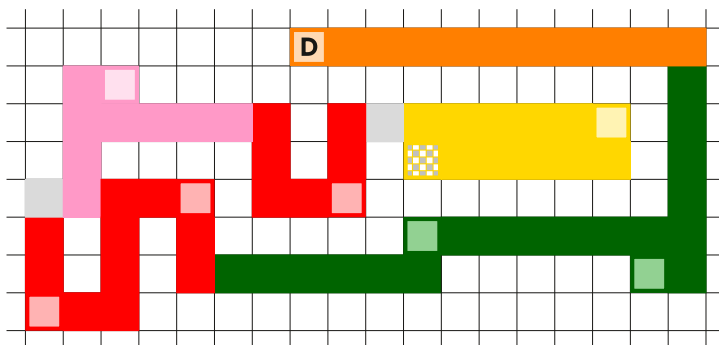
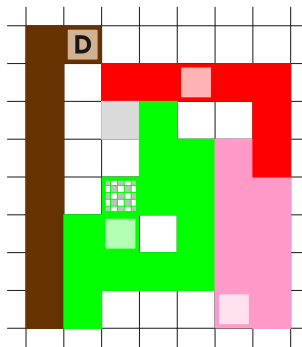
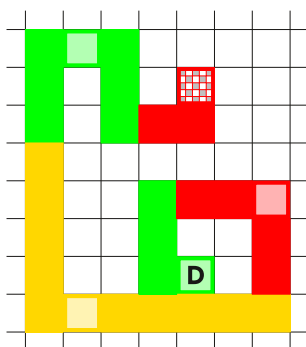


C.



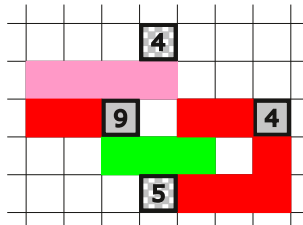
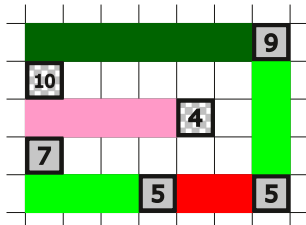
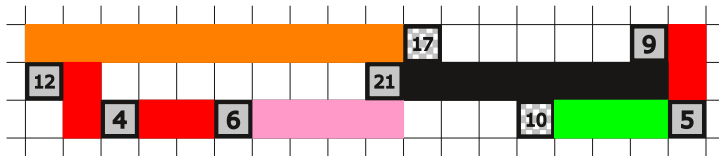
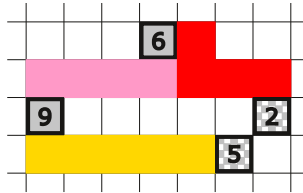
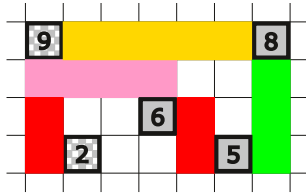
Quelques détours dans les trajets suivis sont parfois possibles. Ils demeurent toutefois peu nombreux. Néanmoins, les **solutions** ne sont pas uniques et seuls **quelques exemples** sont suggérés ici.

### Accrocher



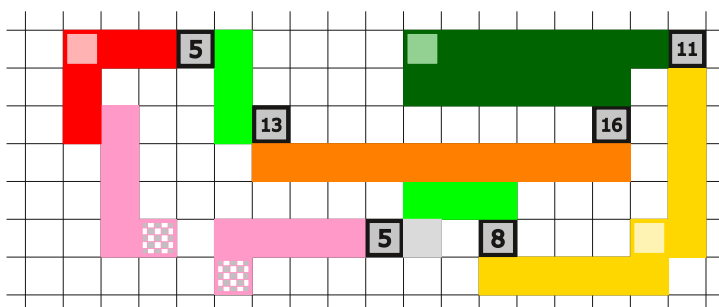
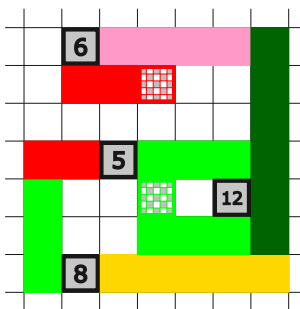
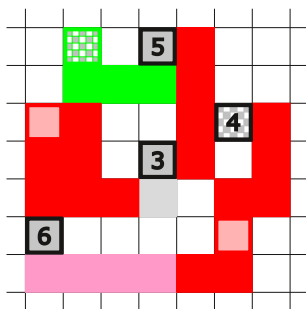
Les **solutions** ne sont pas nécessairement uniques. Seuls **quelques exemples** sont donc proposés ici.

### Bonifier



Les **solutions** ne sont pas nécessairement uniques. Seuls **quelques exemples** sont donc proposés ici.

### Agréger



# Stimuler

